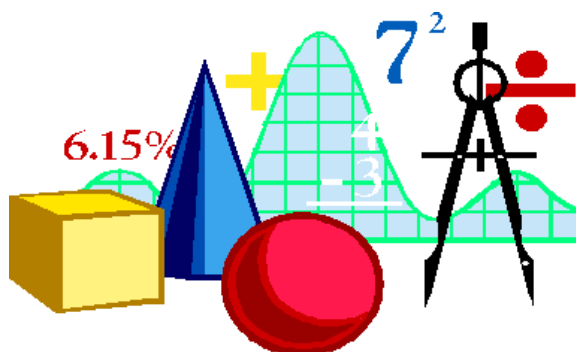


**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ОКТЯБРЬСКИЙ КОММУНАЛЬНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических работ по математике
Тема: Производная**

для студентов первого курса очной формы обучения



Разработала: Кочанова З.М. – преподаватель математики

Октябрьский, 2016

№ практической работы	Содержание:	Страница	Освоение общих компетенций
1	Нахождение производных	3	ОК4,8,9
2	Применение производной к построению графиков функций	7	ОК4,8,9

Практическая работа № 1

Тема: Производная функции

Цель работы:

1) отработать навыки дифференцирования суммы, произведения, частного, степенной функции

- простых функций;
- сложных функций;

2) закрепить алгоритм составления уравнения касательной, нахождения скорости, ускорения тела.

Выполняя данную работу, студент *должен*

знать:

- таблицу производных;
- основные правила дифференцирования;
- правила дифференцирования сложных функций;
- уравнение касательной к графику функции;
- формулы вычисления скорости, ускорения тела в момент времени.

уметь:

- вычислять производные простых и сложных функций;
- находить скорость, ускорение тела;
- составлять уравнение касательной к графику функции .

Последовательность выполнения:

задания выполнять желательно в указанном порядке.

Методические указания:

ЗАДАНИЕ 1 **Найдите производные функций**

При дифференцировании функций в основу решения используйте основные правила дифференцирования функций и таблицу производных.

ЗАДАНИЕ 2 **Решите уравнение $f'(x) = 0$**

Выполните задание по алгоритму:

1. Найдите производную функции;
2. Приравняйте производную к нулю и решите получившееся уравнение;

ЗАДАНИЕ 3 **Решите неравенства $f'(x) > 0$**

Выполните задание по алгоритму:

1. Найдите производную функции;
2. Составьте и решите получившееся неравенство;

ЗАДАНИЕ 4 **Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции**

При выполнении задания используйте формулу $k = f'(x_0)$.

ЗАДАНИЕ 5 **Составьте уравнение касательной к графику функции**

Выполните задание по алгоритму:

1. Найдите значение функции в заданной точке $f(x_0)$;
2. Найдите производную функции $f'(x)$;
3. Найдите значение производной функции в заданной точке $f'(x_0)$;
2. Составьте уравнение касательной $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$;

ЗАДАНИЕ 6

Вычислите скорость и ускорение точки, движущейся прямолинейно в момент времени

При выполнении задания используйте формулы $V(t) = S'(t)$, $a(t) = V'(t)$.

Теоретический материал:

1. Таблица производных:

$f(x)$	c	x	x^n	$\frac{1}{x}$	\sqrt{x}	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$	a^x	e^x	$\ln x$	$\log_a x$
$f'(x)$	0	1	nx^{n-1}	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$a^x \ln a$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x \ln a}$

2. Правила дифференцирования:

$$(ku)' = ku'$$

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u(v))' = u'(v)v' - \text{производная сложной функции}$$

Критерии оценивания:

На оценку «5» - выполнить все задания;

На оценку «4» - выполнить задания №1(а-з), №2; №3; № 4; №5; №6;

На оценку «3» - выполнить задания №1 (а-ж); №2; №3, № 4; №6.

Задание:

1 вариант

1. Найдите производные функций:

a) $y = 2x^2 + 6 - 3x$

б) $y = 9x - \frac{5}{6}x^6$

в) $y = -x^6 + 3\sin x + 2$

г) $y = (x^2 + 4x)(3x^2 + 2)$

д) $y = x^6 \cdot \sin x$

е) $y = \frac{x+5}{x+3}$

жс) $y = \frac{x}{e^x}$

з) $y = \sin 8x$

и) $y = (4x-5)^5$

к) $y = \sqrt{8x^2 - 3}$

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12$$

3. Решите неравенство $f'(x) > 0$

$$f(x) = 8x - \frac{2}{3}x^3$$

4. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции:

$$f(x) = 5\cos x - 1, \text{ в точке } x_0 = \frac{\pi}{2}$$

5. Составьте уравнение касательной к графику функции:

$$y = 5x^2 - 10x + 2 \text{ в точке } x_0 = 1$$

6. Вычислите скорость и ускорение точки, движущейся прямолинейно в момент времени

$$S(t) = 3t^3 + 2t^2 \text{ в момент времени } t = 1 \text{ с}$$

2 вариант

1. Найдите производные функций:

a) $y = 6x^3 + 2x - 3$

б) $y = 2 - 4x^3 - 3\cos x$

в) $y = x^5 + \frac{1}{x}$

г) $y = (1 - 2x^3)(3x + x)$

д) $y = x^3 \cdot \cos x$

е) $y = \frac{\ln x}{x}$

жс) $y = \frac{x-2}{x+5}$

з) $y = \cos(3x + 4)$

и) $y = (-5x + 4)^3$

к) $y = \sqrt{-2x^3 - 13}y$

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 1.5x^2 - 4x$$

3. Решите неравенства $f'(x) > 0$

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2$$

4. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции:

$$f(x) = 3\sin x + 2, \text{ в точке } x_0 = \pi$$

5. Составьте уравнение касательной к графику функции:

$$y = 4x^2 - 5x - 3 \text{ в точке } x_0 = 1$$

6. Вычислите скорость и ускорение точки, движущейся прямолинейно в момент времени

$$S(t) = 2t^3 + t^2 - 7 \text{ в момент времени } t = 2 \text{ с}$$

3 вариант

1. Найдите производные функций:

$$a) y = -4x^4 + 5x + x - 2$$

$$б) y = 3 \cos x - x^2 + 5$$

$$в) y = x^{-2} + \frac{1}{x^3}$$

$$г) y = (-x^5 + 3x)(1,5x^2 + 1)$$

$$д) y = \operatorname{tg}(4x-5)$$

$$е) y = 2\sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} x$$

$$ж) y = \frac{\sin x}{e^x}$$

$$з) y = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 3x}$$

$$и) y = e^{2x-4}$$

$$к) y = \sqrt{-9x^2 + 6}$$

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - 9x + 15$$

3. Решите неравенства $f'(x) > 0$

$$f(x) = 4x - \frac{1}{3}x^3$$

4. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции:

$$f(x) = -x^4 + 3x^2, \text{ в точке } x_0 = 1$$

5. Составьте уравнение касательной к графику функции:

$$y = 3x^2 + x - 1 \text{ в точке } x_0 = 1$$

6. Вычислите скорость и ускорение точки, движущейся прямолинейно в момент времени $S(t) = 2t^3 - 3t^2 + 4$ в момент времени $t = 3$ с

4 вариант

1. Найдите производные функций:

$$a) y = 2x^4 - x^2 + 6x - 1$$

$$б) y = x^{-3} + \frac{1}{x^4}$$

$$в) y = 3 \operatorname{tg} x - 2x^3 - x$$

$$г) y = (x - 2x^6)(3x^3 + 5)$$

$$д) y = \ln x \cdot \operatorname{tg} x$$

$$е) y = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 2x}$$

$$ж) y = \frac{\sqrt{x}}{\cos x}$$

$$з) y = e^{3x+4}$$

$$и) y = \operatorname{ctg}(3x+4)$$

$$к) y = \sqrt{-7x^3 - 2}$$

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$

$$f(x) = \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + 7x - 3$$

3. Решите неравенства $f'(x) > 0$

$$f(x) = x^3 + 1,5x^2$$

4. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции:

$$f(x) = 2x^3 - 6x, \text{ в точке } x_0 = -1$$

5. Составьте уравнение касательной к графику функции:

$$y = x^2 - 3x - 4 \text{ в точке } x_0 = -1$$

6. Вычислите скорость и ускорение точки, движущейся прямолинейно в момент времени $S(t) = t^4 + 2t^2 + 1$ в момент времени $t = 1$ с

Практическая работа № 2

Тема: Применение производной к построению графиков функций

Цель работы:

- 1) закрепить умение нахождения наибольшего и наименьшего значения функции,;
- 2) отработать навыки исследования функции с помощью производной и построения ее графика.

Выполняя данную работу, студент *должен знать*:

- условия возрастания и убывания функции, алгоритм нахождения интервалов монотонности;
- определения интервалов монотонности, экстремумов функции;
- алгоритмы нахождения наибольшего и наименьшего значения функции;

уметь:

- проводить исследование функции на монотонность, экстремумы;
- выполнять построение графика функции по результатам исследования.

Последовательность выполнения:

задания выполнять желательнее в указанном порядке.

Методические указания:

ЗАДАНИЕ 1 **Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке.**

При выполнении задания используйте заданный алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции:

- 1) найти значение функции на концах отрезка
- 2) найти производную функции
- 3) найти критические точки функции
- 4) найти значение функции в критических точках принадлежащих отрезку
- 5) выбрать наибольшее и наименьшее значение функции.

ЗАДАНИЕ 2 **Проведите исследование функции и постройте ее график.**

В задании вначале рассмотреть область определения заданной функции. При нахождении интервалов монотонности и экстремумов функции вычисления производной строго по алгоритму.

Алгоритм исследования функции:

- а) Найти область определения.
- б) Исследовать функцию на четность и нечетность.
- в) Найти точки пересечения графика функции с осями координат.
- г) Исследовать функцию на непрерывность; найти точки разрыва (если они существуют); найти асимптоты кривой.
- д) Найти интервалы возрастания и убывания функции и ее экстремумы с помощью производной.
- е) По полученным данным построить график функции.

Критерии оценивания:

На оценку «5» - необходимо выполнить все задания работы с грамотным оформлением условий, чертежей и решений задач;

На оценку «4» - выполнить задания №1, №2 (а,б,в);

На оценку «3» - выполнить задания №1; №2(а,б).

Задание:

1 вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$$y = x^5 + 20x^2 + 3, \text{ на } [-1; 1]$$

2. Проведите исследование функции и постройте ее график

а) $y = x^2 - 3x$

б) $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x$

в) $f(x) = 2x^4 - x$

г) $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}$

2 вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$$y = 2x^3 + 3x^2 - 16x, \text{ на } [-4; 3]$$

2. Проведите исследование функции и постройте ее график

а) $y = x^2 - 2x + 8$

б) $y = x^3 + 4x^2 - 4x$

в) $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 8x$

г) $y = \frac{2}{3}x^3 + 4x^2 - 10$

3 вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$$y = x^4 - 8x^2 + 5, \text{ на } [-3; 2]$$

2. Проведите исследование функции и постройте ее график

а) $y = x^2 - 4x + 4$

б) $y = x^3 + 6x^2 + 9x$

в) $y = -\frac{1}{4}x^4 - x + 1$

г) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

4 вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

$$y = x + \frac{1}{x}, \text{ на } [-2; 1]$$

2. Проведите исследование функции и постройте ее график

а) $y = x^2 - 4x + 7$

б) $y = x^3 - 2x^2 + x$

в) $y = x^4 - 4x + 4$

г) $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4$